

6 Normalkraftbeanspruchte Bauteile

Theorie II. Ordnung

Jörg Reymendt

6.1 Einführung

Die Bemessung von Bauteilen mit Biegung und überwiegender Normalkraft wird in der DIN 1045-1 in Kapitel 8.6 unter dem Titel “stabförmige Bauteile und Wände unter Längsdruck (Theorie II. Ordnung)” behandelt. Grundlage für die angegebenen Berechnungsverfahren bildet das in der neuen DIN 1045-1 zulässige nichtlineare Verfahren zur Schnittgrößenermittlung unter vereinfachtem Ansatz einer Momenten-Krümmungs-Beziehung.

Wie bereits aus der alten DIN 1045(88) bekannt, wird die Bemessung eines Druckglieds abhängig von seiner Schlankheit durchgeführt, wobei die zu betrachteten Grenzschlankheiten und die so einzuschlagende Vorgehensweise bei der Bemessung von den Parametern der Knicklänge, Querschnittsabmessungen sowie vorhandenen Beanspruchung abhängig sind.

Mit dem bereits aus dem EC2, Teil 1 bekannten Modellstützenverfahren wird dem Anwender der DIN 1045-1 ein vereinfachtes Näherungsverfahren für den Nachweis der Theorie II. Ordnung angeboten, das sich bei relativ wirklichkeitsnahen Ergebnissen sowohl für eine Programmierung, als auch für eine Handrechnung eignet.

6.2 Einteilung der Tragwerke und Systeme

Ausgesteifte und unausgesteifte Tragwerke:

Grundsätzlich ist bei Tragwerken zunächst zu unterscheiden, ob es sich um ausgesteifte oder unausgesteifte Tragwerke handelt [DIN 1045-1, Abschnitt 8.6.2 (1)]. Ein ausgesteiftes Bauwerk verfügt in der Regel über ausreichend vorhandene aussteifende Bauteile wie z.B. Wände, Aufzugkerne, Treppenhauskerne (Bild 1). Ein aussteifendes Bauteil bzw. ein System aus mehreren aussteifenden Bauteilen muss in der Lage sein, die durch Wind, Schiefstellung, Erdbeben bzw. anderen äußeren Einwirkungen entstehenden horizontalen Beanspruchungen des Gebäudes aufnehmen zu können und sicher in die Fundamente abzuleiten.

Verschiebliche und unverschiebliche Systeme

Tragwerke gelten als unverschieblich, wenn sie hinreichend ausgesteift sind (z.B. durch Wandscheiben), oder wenn der Einfluss der Theorie II. Ordnung (Knotenverschiebung bei Belastung) nachweislich weniger als 10 % beträgt.

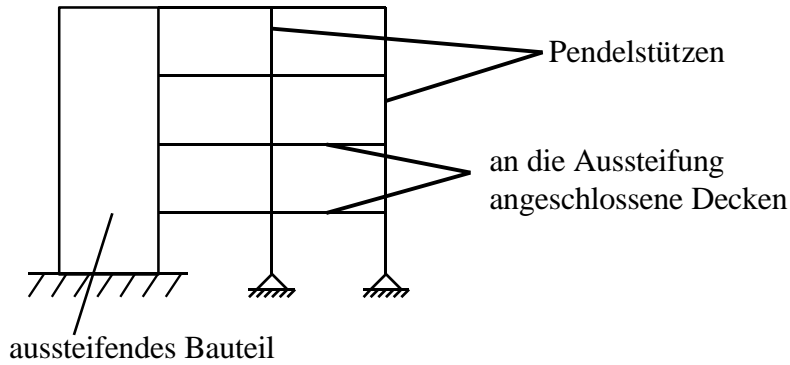


Bild 1: Durch Wände oder steife Kerne ausgesteiftes, unverschiebliches System.

Tragwerke, die durch lotrechte Bauteile (z.B. Wandscheiben, Aufzugkerne) ausgesteift sind, dürfen als unverschieblich angesehen werden, wenn folgende Bedingungen bei annähernd symmetrisch angeordneten aussteifenden Bauteilen erfüllt werden [DIN 1045-1, 8.6.2(5)]:

$$\frac{1}{h_{ges}} \sqrt{\frac{E_{cm} I_c}{F_{Ed}}} \left\{ \begin{array}{ll} \geq \frac{1}{(0,2+0,1 \cdot m)} & \text{für } m \leq 3 \\ \geq \frac{1}{0,6} & \text{für } m \geq 4 \end{array} \right. \quad (1)$$

mit

h_{ges}	Gesamthöhe des Tragwerks bis zur Fundamentoberkante
m	Anzahl der Geschosse
$E_{cm} I_c$	Gesamtsteifigkeit der aussteifenden Bauteile in der betrachteten Richtung
F_{Ed}	Summe der Bemessungswerte der Vertikallasten mit $\gamma_F=1,0$

Diese Bedingung ist bereits aus der alten DIN 1045 (88) als Labilitätszahl α bekannt. Sind die lotrecht aussteifenden Bauteile nicht annähernd symmetrisch angeordnet, oder besteht auf-

grund ungünstiger Steifigkeitsverteilungen die Gefahr einer Verdrehung des Tragwerks, so ist nun auch die Verdrehsteifigkeit des Systems nach DIN 1045-1, 8.6.2(5) nachzuweisen:

$$\frac{1}{h_{ges}} \sqrt{\frac{E_{cm} I_v}{\sum_j F_{Ed,j} \cdot r_j^2}} + \frac{1}{2,28} \sqrt{\frac{G_{cm} I_T}{\sum_j F_{Ed,j} \cdot r_j^2}} \left\{ \begin{array}{ll} \geq \frac{1}{(0,2+0,1 \cdot m)} & \text{für } m \leq 3 \\ \geq \frac{1}{0,6} & \text{für } m \geq 4 \end{array} \right. \quad (2)$$

mit

h_{ges}	Gesamthöhe des Tragwerks bis zur Fundamentoberkante
m	Anzahl der Geschosse
F_{Ed}	Summe der Bemessungswerte der Vertikallasten mit $\gamma_F=1,0$
r_j	Abstand des Bauteils j vom Schubmittelpunkt des Gesamtsystems
$F_{Ed,j}$	Bemessungswert der Vertikallasten des Bauteils j mit $\gamma_F=1,0$
$E_{cm} I_c$	Gesamtsteifigkeit der aussteifenden Bauteile in der betrachteten Richtung, wobei die Betonzugspannungen den Wert f_{ctm} (Mittelwert der zentrischen Betonzugfestigkeit) nicht überschreiten sollte.
$E_{cm} I_\omega$	Summe Nennwölbsteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile
$G_{cm} I_T$	Summe Torsionssteifigkeiten aller gegen Verdrehung aussteifenden Bauteile (St. Venant'sche Torsionssteifigkeit)

Sind die Bedingungen aus den Gleichungen (1) bzw. (2) nicht erfüllt, so ist die Stabilität des Gesamtsystems unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung nachzuweisen. Das Bauteil ist dann bei vorhandenen aussteifenden Wänden zwar ausgesteift, jedoch als verschieblich anzusetzen (Beispiel: schlankes Hochhaus mit aussteifenden Kernen).

6.3 Schlankheit von Stützen

Die Schlankheit von einzelnen Druckgliedern wird aus den bekannten Beziehungen für den Schlankheitsgrad ermittelt. Die Lagerbedingungen der Stützenenden werden hierbei durch den Beiwert β gemäß des vorliegenden Eulerfalls berücksichtigt.

Schlankheit von Druckgliedern:

$$l = \frac{l_0}{i} \tag{3}$$

mit

$l_0 = \beta \cdot l_{col}$ Ersatzlänge (Knicklänge gemäß Eulerfall)

l_{col} Länge des Druckglieds

i Trägheitsradius $i = \sqrt{I/A}$

Für den Rechteckquerschnitt kann aus den bekannten Beziehungen vereinfachend für $i = 0,289 \cdot h$ eingesetzt werden

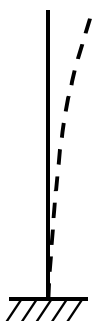
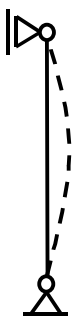
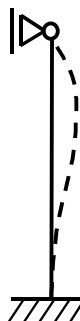
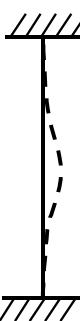
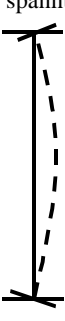
System	frei 	gelenkig 	gelenkig 	starr eingespannt 	elastisch eingespannt 
	starr eingespannt	gelenkig	starr eingespannt	starr eingespannt	elastisch eingespannt
β (theoretisch)	2,0	1,0	0,7	0,5	0,5 bis 1,0

Bild 2: Beiwerte β zur Bestimmung der Knicklänge verschiedener Eulerfälle

Bei Rahmensystemen aus Stützen und Riegeln kann mit Hilfe des Nomogramms in Bild 3, abhängig von der Steifigkeit der angrenzenden Riegel und Stützen, die Einspannwirkung an den Knoten bestimmt werden und so eine genauere und meist wirtschaftlichere Knicklänge des Systems errechnet werden. Das Nomogramm unterscheidet zwischen unverschieblichen und verschieblichen Systemen. Der schraffierte Bereich sollte bei der Anwendung vermieden werden.

Die Bestimmung des Beiwerts β erfolgt mittels der Steifigkeitsverhältnisse k_A und k_B :

$$k_A = \frac{I_{col1}/l_{col1} + I_{col2}/l_{col2}}{I_{b1}/l_{b1} + 0,5 \cdot I_{b2}/l_{b2}} \quad \text{und} \quad k_B = \frac{I_{col0}/l_{col0} + I_{col1}/l_{col1}}{I_{b3}/l_{b3} + 0,5 \cdot I_{b4}/l_{b4}} \tag{4}$$

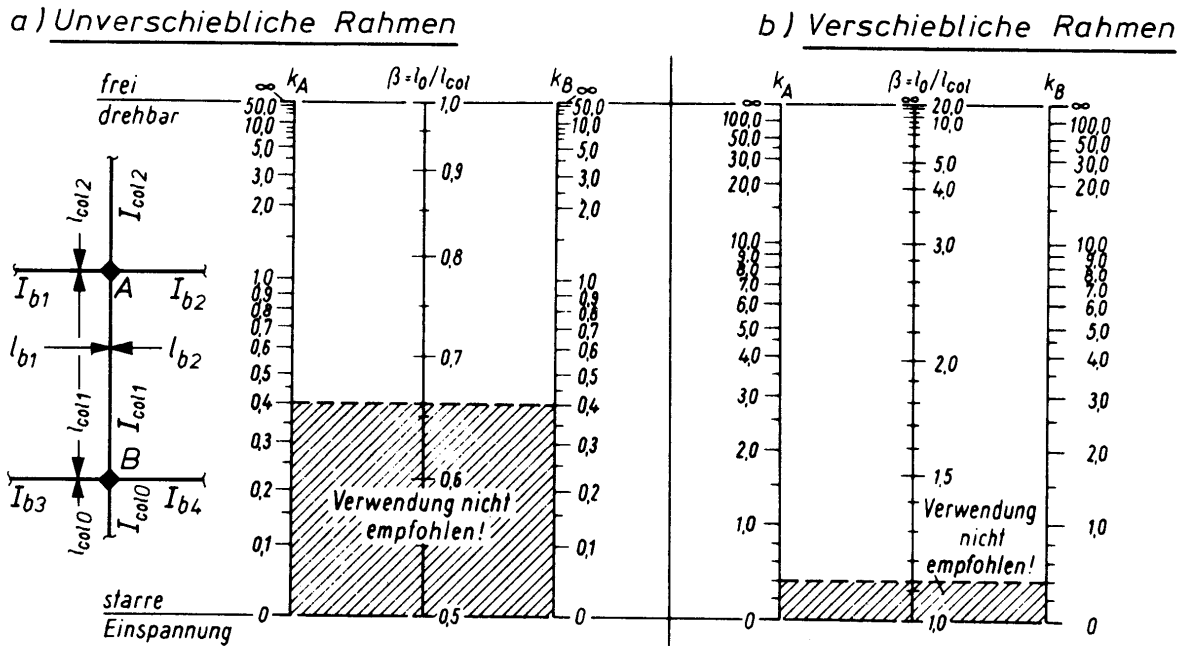


Bild 3: Interaktionsdiagramm zur Bestimmung der Knicklänge von Geschossstützen

Abgrenzung der Schlankheit

In Abhängigkeit von der Schlankheit eines Einzeldruckglieds wird entschieden, ob bei der Bemessung des Druckglieds der Einfluss der Theorie II. Ordnung zu berücksichtigen ist.

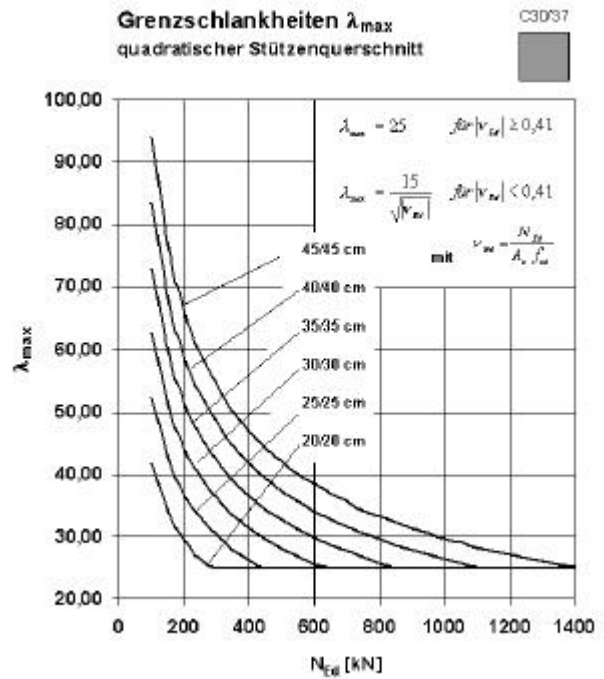
Unverschiebliche und verschiebliche Einzeldruckglieder gelten als *schlank*, wenn folgende Grenzwerte der Schlankheit überschritten werden:

$$\begin{aligned}
 l_{\max} &= 25 && \text{für } |n_{Ed}| \geq 0,41 \\
 l_{\max} &= \frac{15}{\sqrt{|n_{Ed}|}} && \text{für } |n_{Ed}| < 0,41
 \end{aligned}
 \quad \text{mit} \quad n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}} \quad (5)$$

mit

- N_{Ed} Bemessungswert der mittleren Längskraft des Einzeldruckglieds
- V_{Ed} Bemessungswert der bezogenen mittleren Längskraft
- A_c die Querschnittsfläche des Druckglieds
- f_{cd} der Bemessungswert der Betondruckfestigkeit

Bild 4: Betrachtung der Grenzschlankheit λ_{\max} nach Gleichung (5) von unterschiedlichen Stützenquerschnitten am Beispiel C30/37



Unverschiebliche Tragwerke oder Einzeldruckglieder, die als *nicht schlank* gelten, brauchen nicht nach Theorie II. Ordnung bemessen werden.

Schlankе Einzeldruckglieder in unverschieblichen Tragwerken brauchen zudem *nicht nach Theorie II. Ordnung* bemessen werden, wenn sie zwischen ihren Enden nicht durch Querlasten oder Momente beansprucht werden und die Längskraft über die Stützenlänge konstant ist. Die dann zulässige Grenzschlankheit beträgt:

$$l_{crit} = 25 \cdot \left(2 - \frac{e_{01}}{e_{02}} \right) \quad (6)$$

mit

e_{01}/e_{02} die jeweilige Lastausmitte der Längskraft an den Stützenenden mit $|e_{01}| \leq |e_{02}|$.

Für $e_{01} = e_{02} = 0$ ist $\lambda_{crit} = 25$ zu setzen.

Für den Sonderfall der beidseitig gelenkig gelagerten Stütze ist $\lambda_{crit} = 25$ zu setzen. Bei Einzeldruckgliedern, die keine Betrachtung nach Theorie II. Ordnung gemäß Gleichung (6) erfordern, sollte der Querschnittswiderstand mindestens folgende Bedingungen erfüllen:

$$M_{Rd} \geq |N_{Ed}| \cdot h/20 \quad \text{und} \quad N_{Rd} \geq |N_{Ed}| \quad \text{mit } h = \text{Stützenlänge} \quad (7)$$

In Bild 5 sind die oberen und unteren Grenzen der Schlankheit λ_{crit} in Abhängigkeit der äußeren Biegebeanspruchungen an den Stielenden e_{01} und e_{02} nach Gleichung (6) dargestellt.

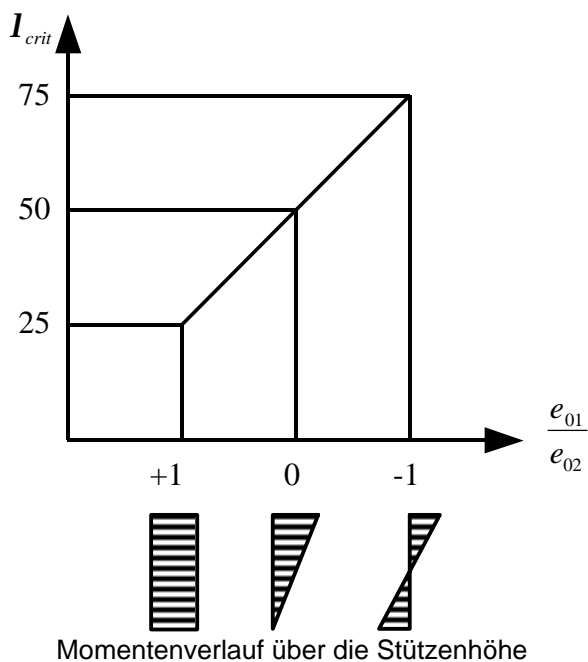


Bild 5: Einfluss und Grenzwerte der Ausmittungen e_{01} und e_{02} auf die Grenzschlankheit λ_{lim} nach Gleichung (6)

Soweit die Bedingungen aus den Gleichungen (5) bis (7) eingehalten werden, darf für die vorliegende Einzelstütze eine Regel-Querschnittsbemessung durchgeführt werden. Zweckmäßig ist hierbei z.B. die Verwendung der auch schon von der DIN 1045(88) bzw. aus DAfStb-Heft 220 [5] bekannten μ - v -Diagramme für symmetrisch bewehrte Querschnitte die im DAfStb-Heft 525 erscheinen werden.

6.4 Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung der Theorie II. Ordnung

Ist das zu betrachtende Druckglied als schlank eingestuft, so geht man von einer möglichen "Knickgefahr" des Querschnitts aus. Der Gefahr des Ausknickens des Druckglieds wird durch eine erhöhte Bewehrung infolge zu ermittelnder Schnittgrößen aus Theorie II. Ordnung erwidert. Für die Schnittgrößenermittlung unter Berücksichtigung der Verformung des Bauteils lässt die DIN 1045-1 verschiedene Möglichkeiten zu:

- genaue Betrachtung des Systems unter Berücksichtigung der nichtlinearen Werkstoffverhalten, Verbundquerschnitt, Beanspruchungen, Ausmittungen und Systemsteifigkeiten bei Ansatz von rechnerischen Momenten-Krümmungs-Beziehungen
- vereinfachte Berechnung des Anteils der Theorie II. Ordnung anhand des bereits aus dem EC 2 bekannten Modellstützenverfahrens

Der Ansatz der genauen Berechnung des betrachteten Systems unter Berücksichtigung der Momenten-Krümmungs-Beziehungen sowie der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen ermöglicht künftig EDV-Anwendungen eine wirtschaftliche Berechnungsmethode und wird sich dort langfristig sicherlich durchsetzen.

Für die im Hochbau vorliegenden üblichen Stützensysteme bietet das Modellstützenverfahren eine ausreichende Genauigkeit und kann somit als einfach anzuwendende Berechnungsmethode auch für eine Handrechnung unter Berücksichtigung der Auswirkungen aus Theorie II. Ordnung angewendet werden.

6.5 Modellstützenverfahren

Eine Modellstütze ist eine Kragstütze mit der Länge l_0 , die am Stützenfuß eingespannt und am Stützenkopf frei verschieblich ist und unter Wirkung von Längskräften und Momenten eine einfach gekrümmte Verformungsfigur aufweist, wobei am Stützenfuß das maximale Moment auftritt.

Das Modellstützenverfahren idealisiert das betrachtete Stützensystem durch die eingespannte Kragstütze mit Normalkraftbeanspruchung bei gleichzeitig vorhandener Exzentrizität (Bild 6). Das System Kragstütze dient hierbei lediglich als Modell. Die Randbedingungen des wahren Stützensystems werden durch die zu ermittelnde Ersatzlänge l_0 in die Modellstütze mit der Kragarmlänge $l = l_0/2$ übergeleitet.

Folgende Anwendungsbedingungen sind bei der Verwendung des Modellstützenverfahrens einzuhalten:

- Rechteck- oder kreisförmiger, konstanter Querschnitt (Beton und Bewehrung)
- planmäßige Lastausmitte $e_0 \geq 0,1 \cdot h$ (sinnvolle Forderung)

Andere Querschnitte und geringere Lastausmitten liefern zwar auch Ergebnisse, die jedoch zunehmend unwirtschaftlich werden können, da die Schnittgrößen unter Umständen stark von den wahren Schnittgrößen abweichen, wobei sie auf der sicheren Seite liegen.

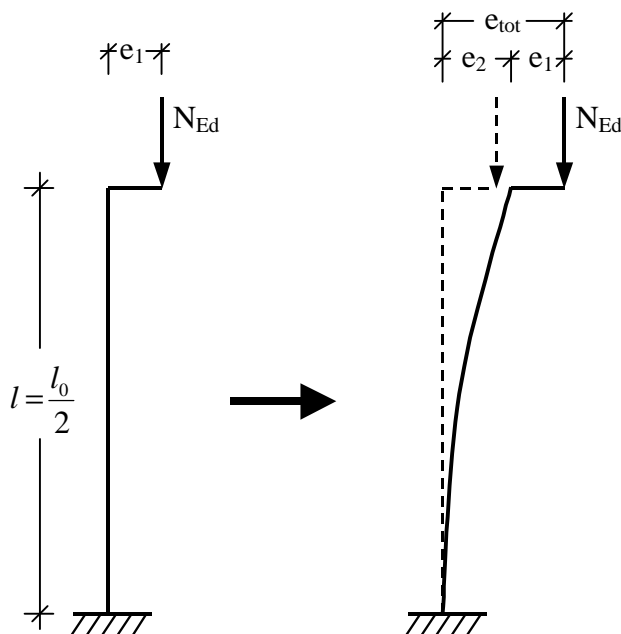


Bild 6: Modellstütze mit exzentrisch eingeleiteter Normalkraftbeanspruchung (unverformtes und verformtes System).

Aus den auf die Stütze einwirkenden Schnittgrößen N_{Ed} und M_{Ed} errechnet sich die planmäßige Ausmitte aus Theorie I. Ordnung e_0 zu:

$$e_0 = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} \quad (8)$$

Erzeugen die äußeren Momente über die Stützenlänge für Druckglieder in unverschieblichen Rahmentragwerken mit konstanten Querschnitten einen linear veränderlichen Momentenverlauf aufgrund unterschiedliche Werte der Lastausmitten an den Stützenenden, darf vereinfachend folgende wirksame Lastausmitte e_0 in Abhängigkeit des vorliegenden Systems angesetzt werden:

$$\left. \begin{array}{l} e_0 = 0,6 \cdot e_{02} + 0,4 \cdot e_{01} \\ e_0 = 0,4 \cdot e_{02} \end{array} \right\} \text{der größere Wert ist maßgebend.} \quad (9)$$

mit

e_{01}, e_{02} die jeweilige Lastausmitte in [m] der Längskraft an den Stabenden nach Bild 5 mit $|e_{02}| \geq |e_{01}|$.

$$e_{0(1/2)} = (M_{Ed0(1/2)} / N_{Ed})$$

M_{Ed0} Bemessungswert des aufnehmbaren Biegemoments nach Theorie I. Ordnung

N_{Ed} Bemessungswert der aufnehmbaren Normalkraft

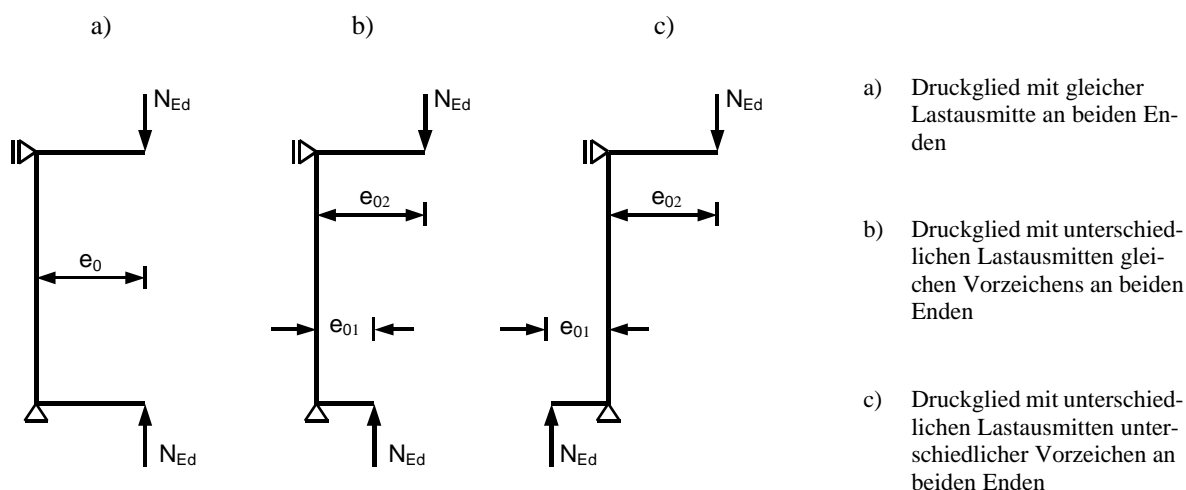


Bild 7: Bemessungsmodell zur Berechnung der Gesamlastausmitte

Beim Nachweis nach Theorie II. Ordnung ist ergänzend zur planmäßigen Lastausmitte eine Zuastzausmitte e_a zur Berücksichtigung von ungewollten Imperfektionen bei der Herstellung in Abhängigkeit der Stützhöhe in ungünstiger Richtung anzusetzen:

$$e_a = a_{a1} \cdot \frac{l_0}{2} \quad \text{mit} \quad a_{a1} = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{l}} \leq \frac{1}{200} \quad (10)$$

mit

α_{a1} Schiefstellung gegen die Sollachse (im Bogenmaß)

h_{ges} Gesamthöhe des Tragwerks in [m]

l_0 Ersatzlänge des Druckgliedes

l Länge des Druckgliedes

Die gesamte zu betrachtende Lastausmitte infolge Theorie I. Ordnung, Imperfektion und Anteilen aus Theorie II. Ordnung beträgt somit (Bild 6):

$$e_{\text{tot}} = e_1 + e_2 \quad \text{mit} \quad e_1 = e_0 + e_a \quad (11)$$

mit

e_0 planmäßige Ausmitte aus Theorie I. Ordnung

e_a ungewollte Zusatzausmitte infolge Imperfektion

e_2 Ausmitte nach Theorie II. Ordnung

Der Stabilitätsnachweis für die Modellstütze wird am Stützenfuß auf der Grundlage der Krümmung ($1/r$) des Querschnitts unter maximaler Auslenkung des Stützenkopfs nach Theorie II. Ordnung geführt. Mit einer Verformungsberechnung auf der Grundlage des Prinzips der virtuellen Kräfte (Bild 8) kann am System die Verformung e_2 infolge des Gesamtmomentes $M_{\text{tot}} = N_{\text{Ed}} \cdot e_{\text{tot}}$ berechnet werden [2]:

$$e_{\text{tot}} = \int_0^{x=l} \frac{M_{\text{tot}}}{EI} \cdot \overline{M} \cdot dx = \int_0^{x=l} \frac{1}{r}(x) \cdot \overline{M} \cdot dx \quad \text{mit} \left(\frac{1}{r} \right) = \text{Krümmung } \kappa \quad (12)$$

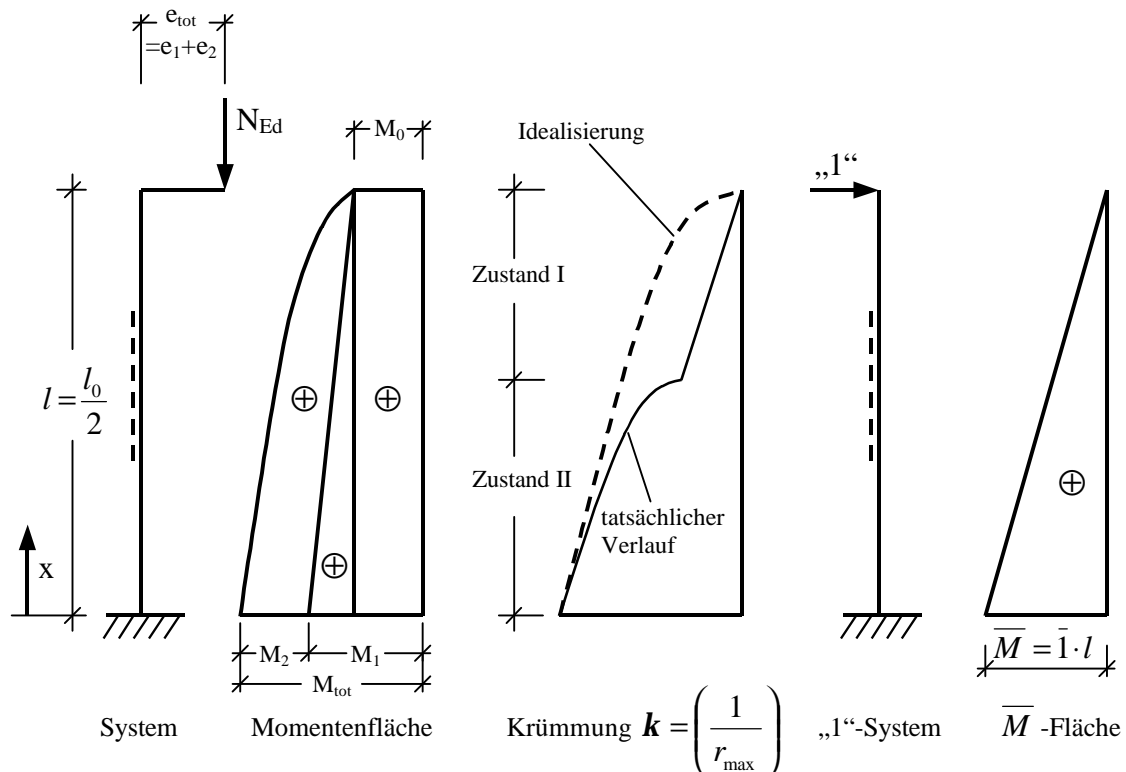


Bild 8: Modellstütze mit vereinfachten Krümmungsbeziehungen

Aus Bild 8 ist für die Verformung des Systems durch koppeln der idealisierten Krümmungsbeziehung mit dem „1“- System:

$$e_{\text{tot}} = \left[\text{Diagramm} \right] \times \left[\text{Diagramm} \right] = \frac{5}{12} \cdot k \cdot l^2 = \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{1}{r_{\max}}\right) \cdot \left(\frac{l_0}{2}\right)^2 = \frac{5}{48} \cdot \left(\frac{1}{r_{\max}}\right) \cdot l_0^2 \approx \frac{1}{10} \cdot \frac{l_0^2}{r_{\max}} \quad (13)$$

Unter Berücksichtigung eines Korrekturfaktors K_1 für den allmählichen Übergang von Systemen ohne Knickgefährdung ($\lambda < 25$) in Systeme mit Knickgefährdung von

$$K_1 = \frac{l}{10} - 2,5 \quad \text{für} \quad 25 \leq l \leq 35$$

$$K_1 = 1 \quad \text{für} \quad l > 35$$

(14)

ergibt sich die in der DIN 1045-1 unter [8.6.5(8)] dargestellte Gleichung für die Verformungen aus dem Einfluss der Theorie II. Ordnung

Der Beiwert K_2 berücksichtigt hierbei die Rückstellung der Verdrehung des Querschnitts infolge der vorhandenen Normalkraftbeanspruchung N_{Ed} .

ϵ_{yd} Bemessungswert der Dehnung der Bewehrung an der Steckgrenze = f_{yd}/E_s
(bei BSt 500: $\epsilon_{yd} = 435/200000 = 0,0022$)

E_s Elastizitätsmodul für den Betonstahl (für BSt 500: $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$)

d statische Höhe des Querschnitts in der betrachteten Richtung

N_{ud} Bemessungswert der Grenztragfähigkeit des Querschnitts, der nur durch zentrische Druckbeanspruchung belastet wird.

$$N_{ud} = -(f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s)$$

N_{Ed} Bemessungswert der aufnehmbaren Längsdruckkraft (Druck negativ)

N_{bal} Bemessungswert der Längsdruckkraft bei größter Momententragfähigkeit des Querschnitts. Bei symmetrisch bewehrten Querschnitten darf N_{bal} vereinfachend angenommen werden zu:

$$N_{bal} = -0,4 \cdot f_{cd} \cdot A_c$$

A_c Betonquerschnitt

Die Annahme $K_2 = 1$ liegt immer auf der sicheren Seite.

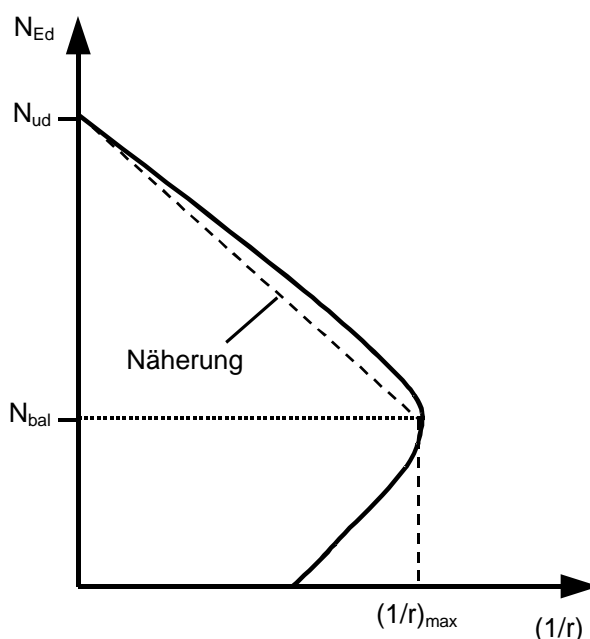


Bild 10: Betrachtung von N_{ud} und N_{bal} für einen Querschnitt mit konstanter Bewehrungsmenge

Somit sind die Beziehungen für die Verformung e_2 des Systems infolge Einfluss der Theorie II. Ordnung beschrieben. Es sei noch darauf hingewiesen, dass bei genauerer Betrachtung der Zusammenhänge die vorhandene Bewehrungsmenge A_s zur Ermittlung von N_{ud} vor der Bemessung bekannt sein müsste. Hier ist die Annahme von $K_2 = 1$ für einen ersten Rechengang sinnvoll und liegt immer auf der sicheren Seite. Die in der ersten Berechnung ermittelten Bewehrungsmengen können dann bei Bedarf durch weitere Iterationsschleifen mit verbessertem K_2 präzisiert werden.

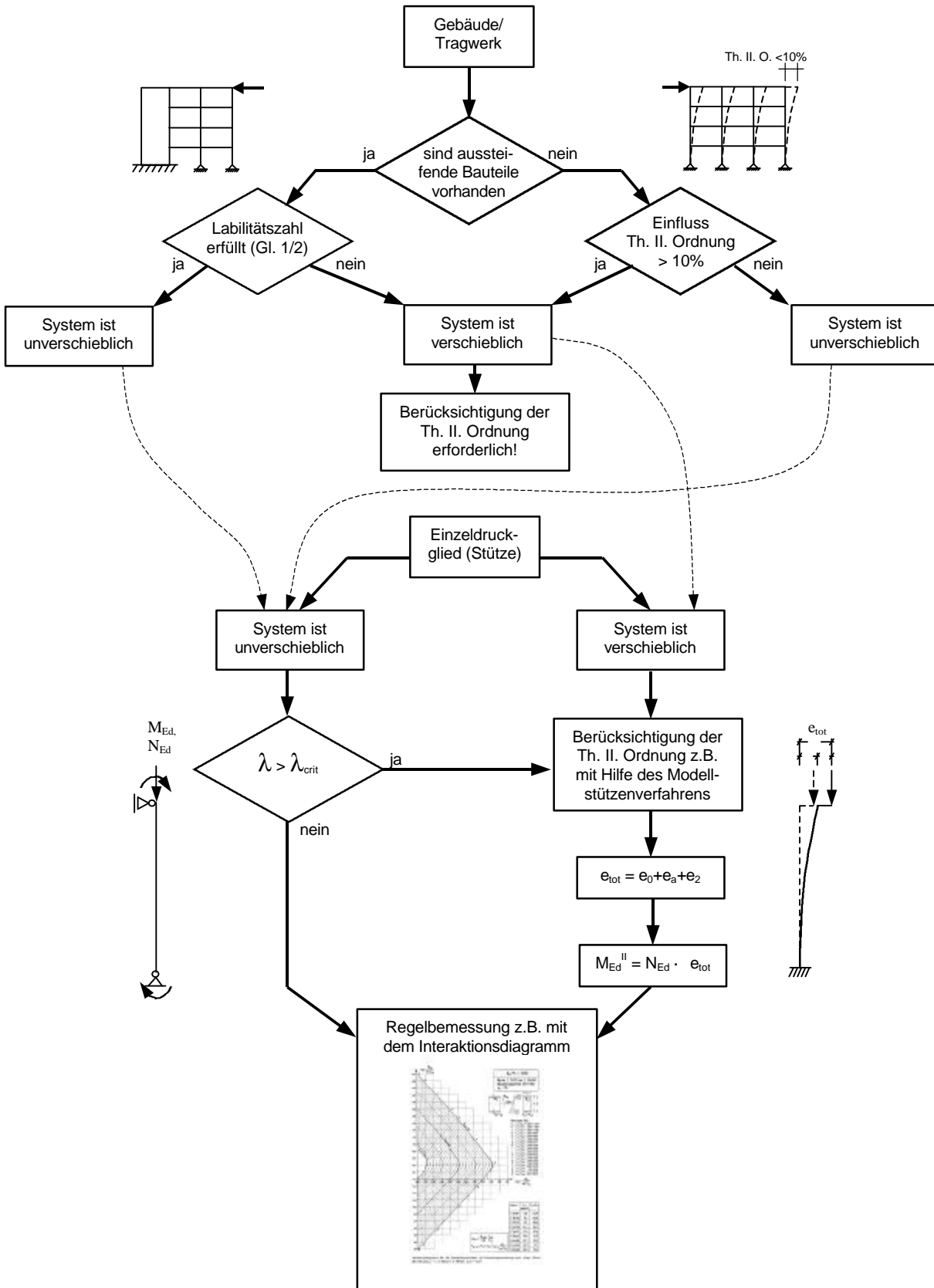
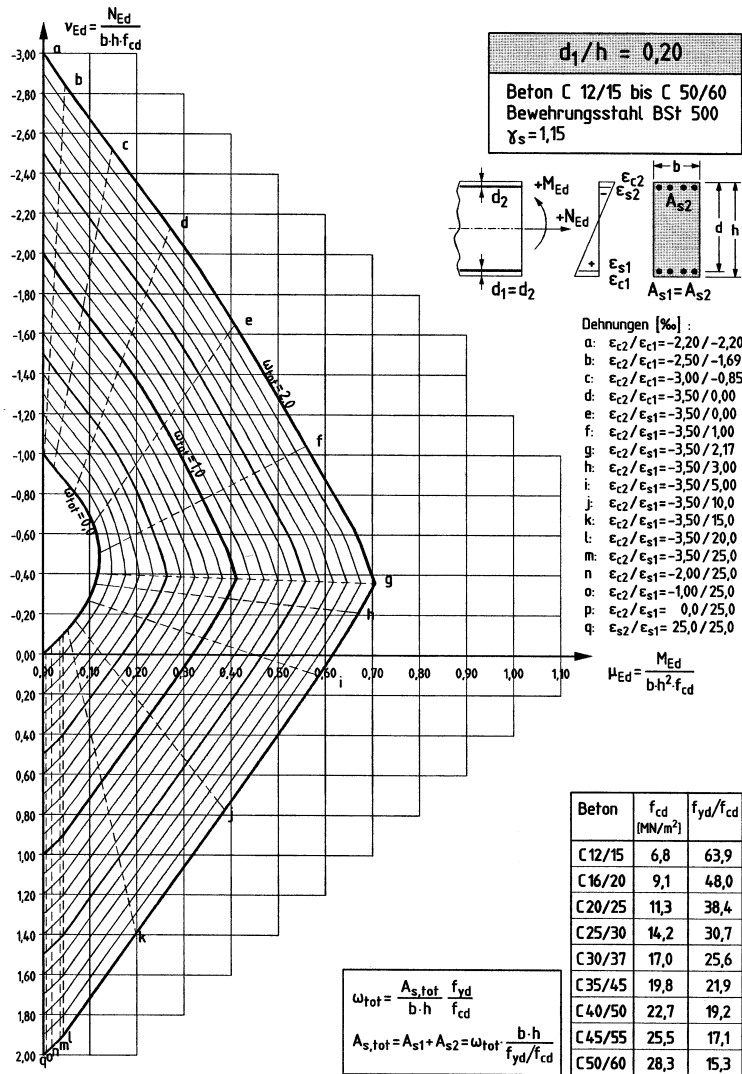


Bild 11: Ablaufdiagramm für die Bemessung mit dem Modellstützenverfahren.

Bemessungsdiagramme für Stützenbemessung

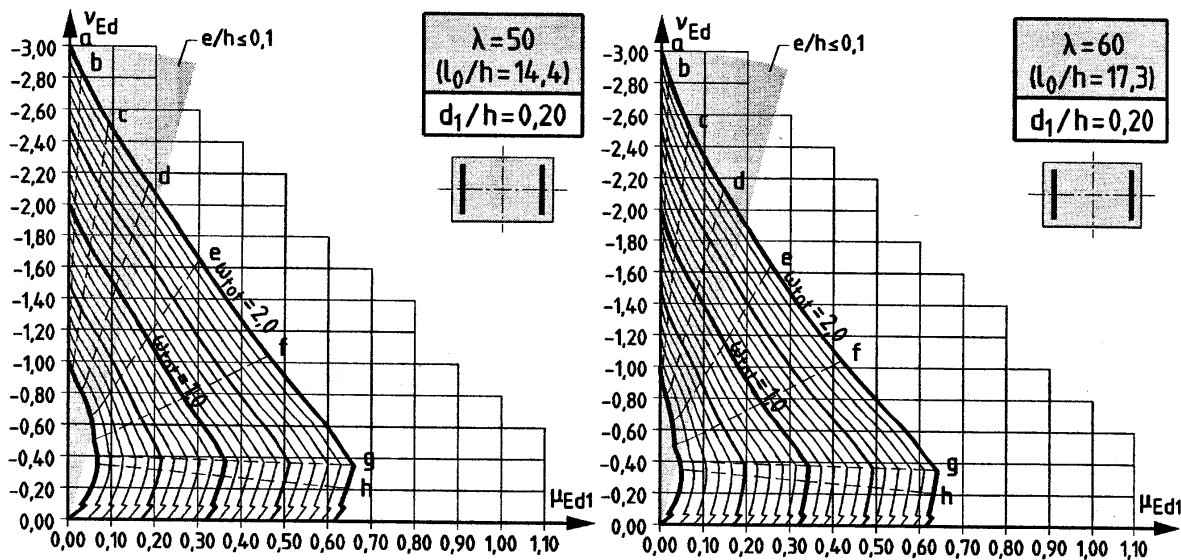
Die Bemessung von Stützen kann in der Regel mit den Interaktionsdiagrammen für symmetrisch bewehrte Querschnitte (μ - v -Diagramm) erfolgen. Die bezogenen Schnittgrößen μ_{Ed} und v_{Ed} errechnen sich bei Systemen ohne Knickgefahr aus den planmäßigen Schnittgrößen, bei Systemen mit erforderlichem Nachweis nach Theorie II. Ordnung aus den Normalkraftbeanspruchungen N_{Ed} und dem Moment $M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{tot}$ aus Theorie I. und II. Ordnung. Bild 12 zeigt beispielhaft ein Interaktionsdiagramm für Beton C12/15 bis C50/60 sowie den Eingangswerten $d_1/h = 0,10$ und Betonstahl BSt 500.



Interaktionsdiagramm für den Rechteckquerschnitt mit Bewehrungsanordnung nach obiger Skizze (BSt 500 und $\gamma_s = 1,15$; Beton \leq C 50/60); $d_1/h = 0,20$

Bild 12: Beispiel eines Interaktionsdiagramms für symmetrisch bewehrte Rechteckquerschnitte aus [6]

Weitere mittlerweile erschienene Bemessungsdiagramme werten das Modellstützenverfahren unter Berücksichtigung der ungewollten Ausmitte e_a sowie der Ausmitte e_2 aus dem Anteil der Theorie II. Ordnung aus und erleichtern somit die Anwendung des Modellstützenverfahrens. In den Bildern 13 und 14 sind Diagramme aus [6] und DAfStb-Heft 425 dargestellt. Weitere Bemessungsdiagramme für den Nachweis nach Theorie II. Ordnung werden im DAfStb-Heft 525 erscheinen.



	<p>M_{Ed1}: Biegemoment nach Theorie I. Ordnung einschließlich ungewollter Lastausmitte und Kriechausmitte.</p> <p>$M_{Ed1} = M_{Ed0} + N_{Ed} \cdot (e_a + e_c)$</p>	$v_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$ $\mu_{Ed1} = \frac{M_{Ed1}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$ $\omega_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$ $A_{s,tot} = \omega_{tot} \cdot \frac{b \cdot h}{f_{yd}/f_{cd}}$	<p>Dehnungen [%] :</p> <ul style="list-style-type: none"> a: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{c1} = -2,20 / -2,20$ b: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{c1} = -2,50 / -1,69$ c: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{c1} = -3,00 / -0,85$ d: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{c1} = -3,50 / 0,00$ e: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -3,50 / 0,00$ f: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -3,50 / 1,00$ g: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -3,50 / 2,17$ h: $\epsilon_{c2}/\epsilon_{s1} = -3,50 / 3,00$ <p>Beton C 12/15 bis C 50/60 Bewehrungsstahl BSt 500 $\gamma_s = 1,15$</p>
--	---	---	--

Bemessungsdiagramm nach dem Modellstützenverfahren für den Rechteckquerschnitt; Bewehrungsanordnung nach Skizze (BSt 500 und $\gamma_s = 1,15$; Beton \leq C 50/60); $d_1/h = 0,20$

Bild 13: Bemessungsdiagramm für das Modellstützenverfahren aus [6]

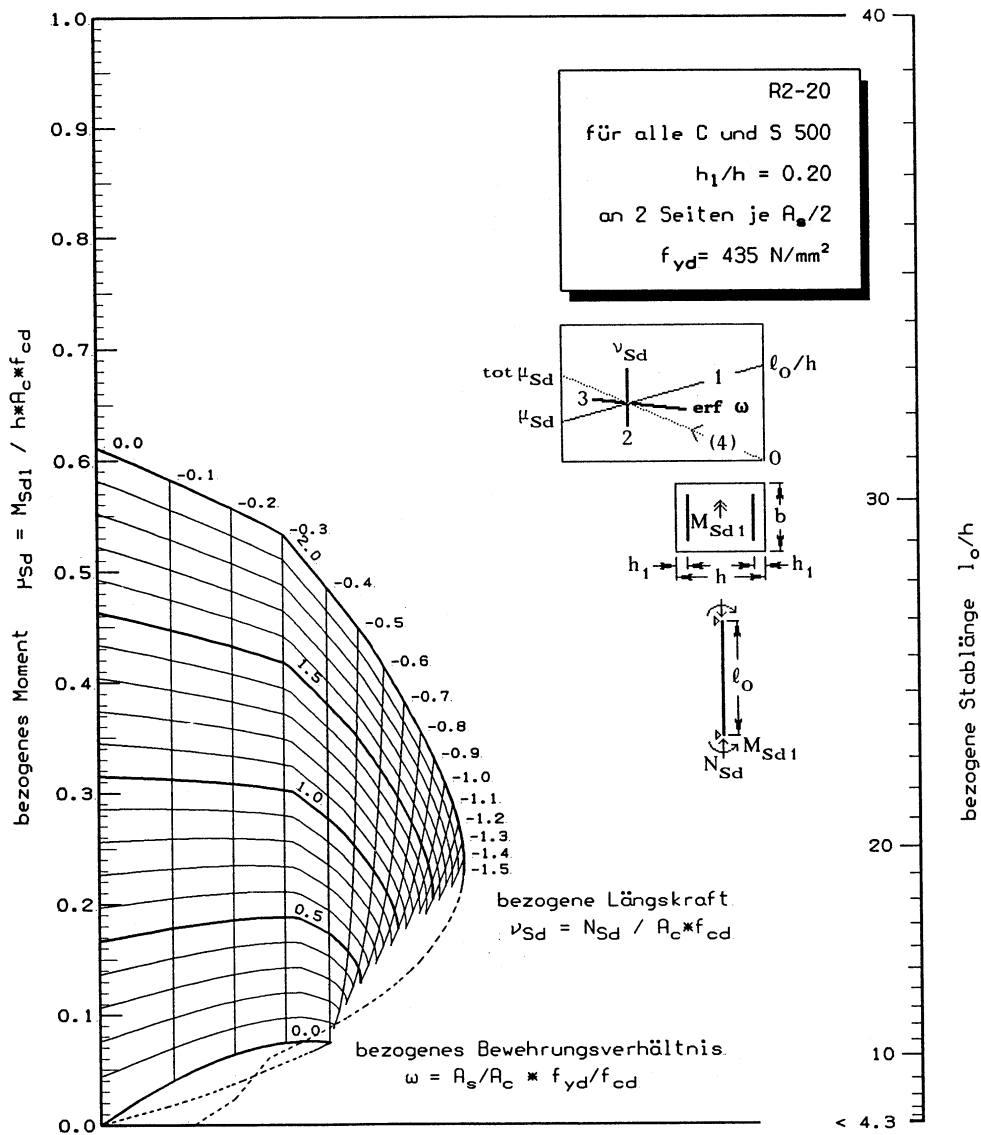


Bild 14: μ -Nomogramm als Bemessungshilfe mit Berücksichtigung des Anteils der Theorie II. Ordnung [3]

6.6 Druckglieder mit zweiachsiger Biegung

Sowohl infolge der planmäßigen Beanspruchung einer Stütze, als auch bei der Betrachtung der Anteile aus Theorie II. Ordnung bei schlanken Stützen liegen unter Umständen Momente bzw. Ausmitten in Richtung beider Querschnittsachsen vor. Bei dem Nachweis der Theorie II. Ordnung ist insbesondere bei nichtsymmetrischen Querschnitten die schwache Bauteilachse

gegen mögliches Ausknicken zu untersuchen. Ferner ist auch zu betrachten, ob in beiden Richtungen die selben Lagerbedingungen vorliegen.

Um einen genauen Nachweis, der meist nur mit Hilfe eines geeigneten EDV-Programms durchgeführt werden kann in Grenzen umgehen zu können, darf in der DIN 1045-1 bei Rechteckquerschnitten unter Berücksichtigung von zulässigen Verhältnissen der bezogenen Ausmitten ein Nachweis getrennt in beide Querschnittsrichtungen durchgeführt werden.

Zulässig ist diese Betrachtung jedoch nur dann, wenn sich der Lastangriffspunkt von N_{Ed} innerhalb des in Bild 15 dargestellten schraffierten Bereich befindet. Diese Bedingung wird durch folgende Beziehungen eingehalten:

$$(e_{0z}/h) / (e_{0y}/b) \leq 0,2$$

oder

(18)

$$(e_{0y}/b) / (e_{0z}/h) \leq 0,2$$

mit

e_{0y}, e_{0z} die jeweilige Lastausmitte nach Theorie I. Ordnung.

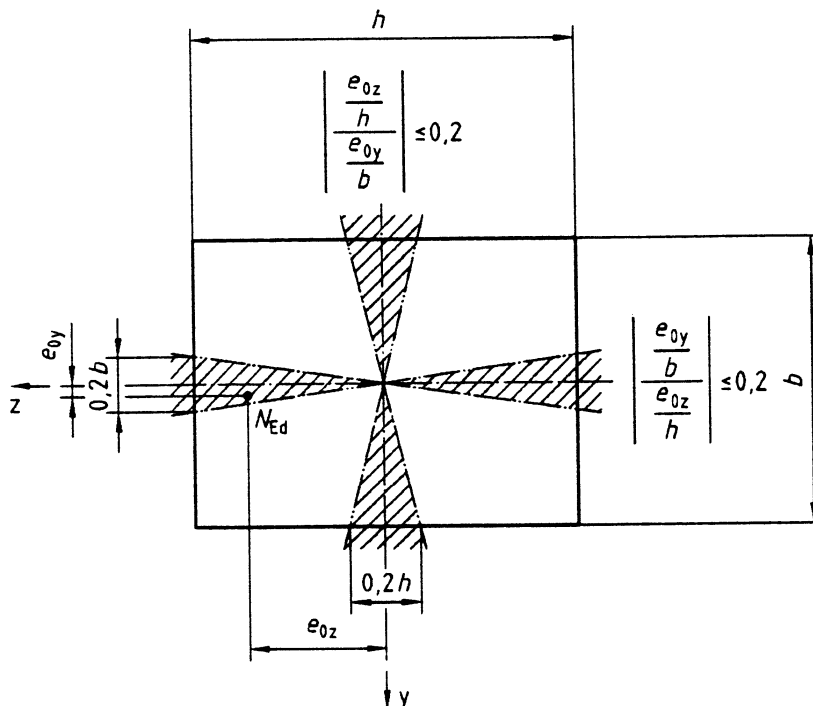


Bild 15: Grenzen für getrennte Nachweise von Stützenquerschnitten in Richtung der beiden Hauptachsen

6.7 Bewehrungsrichtlinien und bauliche Durchbildung

Die Konstruktionsregeln für die Ausbildung von Stützen sind im Abschnitt [13.5] DIN 1045-1 erläutert. Für Stützenquerschnitte ist – unabhängig von der ermittelten statisch erforderlichen Bewehrungsmenge – folgender Mindestlängsbewehrungsgrad einzuhalten:

$$A_{s,\min} = 0,15 |N_{Ed}| / f_{yd} \quad (19)$$

Der maximale Bewehrungsgehalt von Stützen liegt, wie bereits aus der alten DIN 1045(88) bekannt, bei 9%, auch im Bereich von Stößen. Damit wurde nicht die Festlegung des EC2 mit 8 % übernommen.

$$A_{s,\max} = 0,09 \cdot A_c \quad (20)$$

Als konstruktive Anforderungen sind ferner folgende Punkte einzuhalten:

- Die Längsbewehrung muss durch Querbewehrung umschlossen werden.
- $d_{s,Quer} \geq \frac{1}{4} d_{s,Längs}$, mindestens jedoch 6 mm
- $d_s \geq 5 \text{ mm}$ bei Betonstahlmatten als Bügelbewehrung
- Bei Stabbündeln mit $d_{sv} > 28 \text{ mm}$ als Druckbewehrung ist der Stabdurchmesser der Bügel- und Wendelbewehrungen mindestens mit 12 mm auszubilden.
- Die Querbewehrung ist ausreichend zu verankern.
- maximale Bügelabstände

$$s_{Bü} \leq 12 \cdot \min d_{s,l}$$

$$s_{Bü} \leq \min h_{Stütze} \text{ (kleinster Stützendurchmesser)}$$

$$s_{Bü} \leq 300 \text{ mm}$$
- Die Bügelabstände sind um den Faktor 0,6 zu verkürzen
 - im Bereich von Übergreifungen von Längsstäben mit $\max d_{s,l} > 14 \text{ mm}$
 - unmittelbar unter und über Balken und Platten für eine Höhe gleich der größeren Abmessung des Stützenquerschnitts
- Längsstäbe im Abstand $> 15 d_{s,Bügel}$ vom Eckbereich sind durch zusätzliche Querbewehrung zu halten.
- Der Mindestdurchmesser der Längsbewehrungsstäbe beträgt $\min d_{s,l} = 12 \text{ mm}$

Die geringste zulässige Seitenlänge einer Stütze ist festgelegt zu

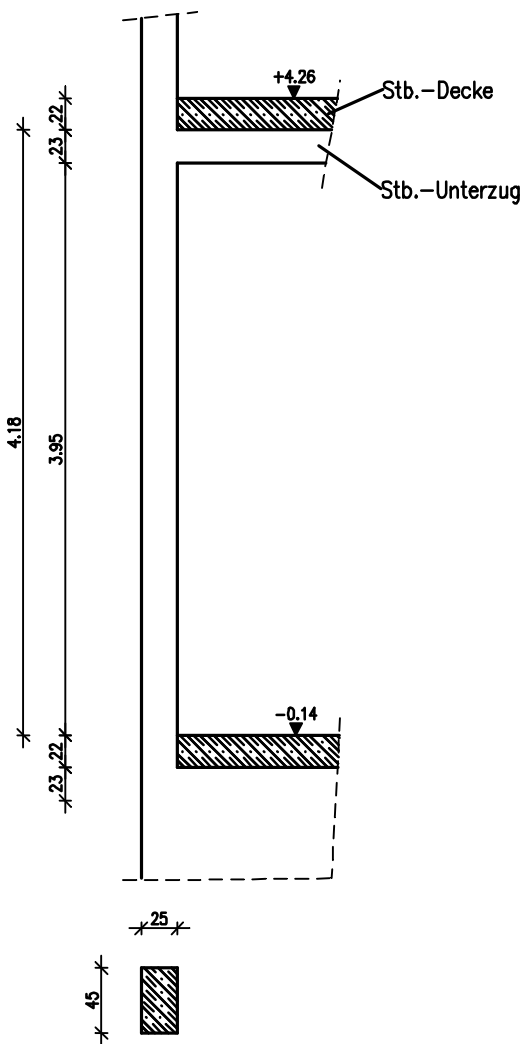
- 200 mm für Vollquerschnitte in Ortbetonbauweise
- 120 mm für waagrecht betonierte Fertigteilstützen

6.8 Beispiel

Anhand des folgenden Beispiels wird die Anwendung der DIN 1045-1 für schlanke Stützen mit Knickgefahr erläutert. Bei nichtschlanken Stützen vereinfacht sich die Bemessung durch die direkte Anwendung z.B. der Interaktionsdiagramme (μ - v -Diagramme, siehe Bild 12).

Bei der Stütze handelt es sich um eine Randstütze im UG eines 4-geschossigen Hochbaus mit direkter Lasteinleitung durch einen Unterzug.

System und Bauteilabmessungen:



Baustoffe: Beton C25/30
 Betonstahl BSt 500 S

Umweltklasse: XC3 (Außenbauteil)

Charakteristische Einwirkungen:

vertikale Einwirkung am Stützenkopf

$$N_{gk} = 650 \text{ kN}$$

$$N_{qk} = 320 \text{ kN}$$

Biegemomente am Stützenkopf infolge ungewollter
 Einspannung des angrenzenden Unterzugs

(M_{col} , aus c_o - c_u -Verfahren)

$$M_{gk} = 16 \text{ kNm}$$

$$M_{qk} = 10 \text{ kNm}$$

Stützenquerschnitt: $h/b = 25/45 \text{ cm}$

Die Aussteifung des Gebäudes und der horizontale Lastabtrag erfolgt über mehrere Wandscheiben sowie einem Aufzugs- und Treppenhaukern. Das Gesamttragwerk des Gebäudes kann als unverschieblich nach Gl. (1) eingestuft werden.

Betondeckung:

gewählte Stabdurchmesser:

$$d_{sl} = 20 \text{ mm}, d_{s,Bü} = 8 \text{ mm}$$

Betondeckung bei Expositionsklasse XC3:

$$\min c = 20 \text{ mm}$$

$$\text{Vorhaltemaß } \Delta c = 10 \text{ mm}$$

$$\text{nom } c = 20 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 30 \text{ mm}$$

Die Mindestbetonfestigkeit für die Expositionsklasse XC3 beträgt C20/25.

Abmessungen:

Querschnittsabmessungen $b/h = 45/25 \text{ cm}$

statische Höhe d :

$$d = h - \text{nom } c - d_{s,Bü} - \frac{1}{2} d_{s,l} \text{ für 1 Lage Längsbewehrung}$$

$$d = 25 - 3,0 - 0,8 - \frac{1}{2} \cdot 2,0 = 20,2 \text{ cm}$$

gewählt:

$$d = 20 \text{ cm}$$

$$d_1 = 25 - 20 = 5 \text{ cm} \quad (\text{Abstand des Schwerpunkts einer Längsbewehrungslage zum Querschnittsrand})$$

Einwirkungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit sind die Einwirkungen aus ständigen und veränderlichen Lasten zu kombinieren:

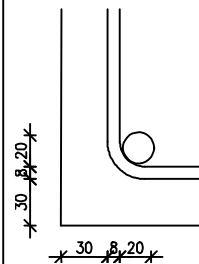
Einwirkung 1: ständige Lasten

Einwirkung 2: Verkehrslasten

Daraus ergeben sich folgende sinnvolle Grundkombinationen:

DIN 1045-1, 6.2

DIN 1045-1, Tab. 4



DIN 1045-1, 5.3.3
 DIN 1045-1, Tab. 1

Grundkombination 1: ungünstige Einwirkungen
 max N und max M mit $\gamma_g = 1,35$ und $\gamma_q = 1,5$

Grundkombination 2: günstige Einwirkungen
 min N und min M mit $\gamma_g = 1,0$

Grundkombination 3: ungünstige Einwirkungen für das Moment
 min N und max M mit $\gamma_g = 1,35$ und $\gamma_q = 1,5$

GK 1:

$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 650 \text{ kN} + 1,5 \cdot 320 \text{ kN} = 1357,5 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 16 \text{ kNm} + 1,5 \cdot 10 \text{ kNm} = 36,6 \text{ kNm}$$

GK 2:

$$N_{Ed} = 1,00 \cdot 650 \text{ kN} = 650 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,00 \cdot 16 \text{ kNm} = 16 \text{ kNm}$$

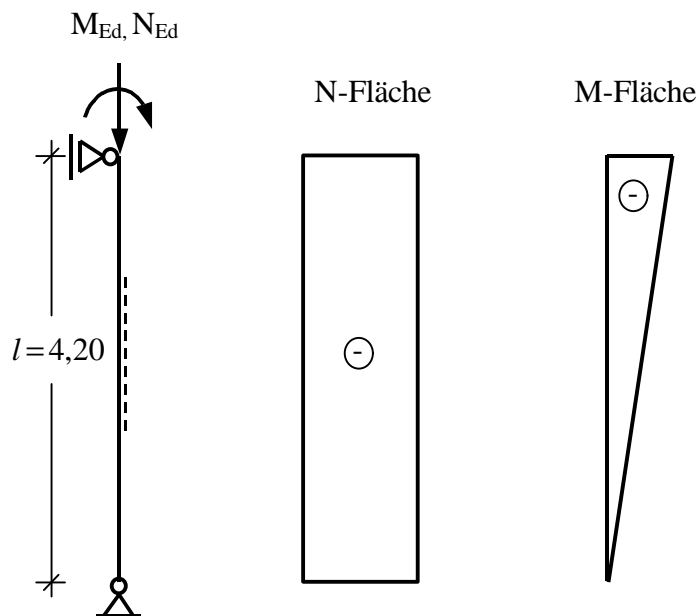
GK 3:

$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 650 \text{ kN} = 877,5 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,35 \cdot 16 \text{ kNm} + 1,5 \cdot 10 \text{ kNm} = 36,6 \text{ kNm}$$

Das Momente wirkt am Stützenkopf.

Statisches System und Schnittgrößenverlauf



Ersatzlänge (Knicklänge) und Schlankheit der Stütze

Unter den gegebenen Randbedingungen kann die Stütze als Einzeldruckglied nachgewiesen werden. Die Knicklänge der Stütze beträgt

$$l_0 = \beta \cdot l_{col} \quad l_0 = 1,0 \cdot 4,20 \text{ m} \quad \text{vgl. Bild 2}$$

DIN 1045-1, 8.6.2 (4)

Die Schlankheit der Stütze ist in zwei Richtungen zu betrachten:

Schlankheit in Stützenrichtung $h = 25 \text{ cm}$ (vgl. Gl. 3):

$$I = \frac{l_0}{i} = \frac{4,20}{0,289 \cdot 0,25} = 58$$

DIN 1045-1, 8.6.2 (4)

Trägheitsradius i für
Rechteckquerschnitt:
 $i = 0,289 \cdot h$

Schlankheit in Stützenrichtung $b = 45 \text{ cm}$:

$$I = \frac{l_0}{i} = \frac{4,20}{0,289 \cdot 0,45} = 32,3$$

Abgrenzung der Schlankheit (vgl. Gl. 5):

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1,36 \text{ MN}}{0,25 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} \cdot 14,2 \text{ MN/m}^2} = 0,85$$

DIN 1045-1, 8.6.3 (2)
DIN 1045-1, Glg. (29)

$$I_{\max} = 25 \quad \text{für } |n_{Ed}| \geq 0,41 \quad \text{Das Kriterium ist nicht erfüllt.}$$

DIN 1045-1, Glg. (27)

Es handelt sich im vorliegenden Fall um Stützen in einem unverschieblichen Tragwerk, die zwischen den Stützenenden nicht durch weitere Querlasten beansprucht werden. Somit darf die Grenzschlankheit nach Gleichung (6) bestimmt werden. Für $e_{01} = 0$ (Ausmitte am Stützenfuß) wird der Quotient e_{01}/e_{02} zu null:

DIN 1045-1, 8.6.3 (4)

$$I_{crit} = 25 \cdot \left(2 - \frac{e_{01}}{e_{02}}\right) = 25 \cdot (2 - 0) = 50 < \text{vorh } I = 58$$

DIN 1045-1, Glg. (30)

Der Nachweis nach Theorie II. Ordnung ist somit notwendig!

Die Grenzschlankheit ist für die schwache Achse der Stütze ($h=25 \text{ cm}$) überschritten. In dieser Richtung ist für die Stütze ein Knicksicherheitsnachweis unter Berücksichtigung der Einflüsse der Verformungen aus Theorie II. Ordnung zu führen. Im Folgenden wird die Bemessung mit Hilfe des Modellstützenverfahrens geführt. Der Nachweis wird für die ungünstige Lastkombination 1 geführt. Die weiteren Lastkombinationen führen zu geringeren Bewehrungsmengen.

Modellstützenverfahren
DIN 1045-1, 8.6.5

Anwendungsbedingungen Modellstützenverfahren

DIN 1045-1, 8.6.5 (1)

Es liegt ein Rechteckquerschnitt vor.

Die planmäßige Ausmitte beträgt nach Gleichung 9:

DIN 1045-1, Glg.36

$$\left. \begin{aligned} e_0 &= 0,6 \cdot e_{02} + 0,4 \cdot e_{01} \\ e_0 &= 0,4 \cdot e_{02} \end{aligned} \right\} \text{der größere Wert ist maßgebend.}$$

DIN 1045-1, Glg.37

DIN 1045-1, Bild 13

$$e_0 = 0,6 \cdot \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = 0,6 \cdot \frac{36,6}{1357,5} = 0,016 m = 1,6 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, 8.6.5 (1)

$$e_0 \geq 0,1 \cdot h \geq 0,1 \cdot 25 = 2,5 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, 8.6.5 (2)

Die Anwendungsbedingung ist unterschritten. Der Nachweis wird dennoch mit dem Modellstützenverfahren geführt, da die Sicherheiten bei Ausmitten $e_0 < 0,1 \cdot h$ zunehmen.

DIN 1045-1, 8.6.4

Zusatzausmitte e_a zur Berücksichtigung von ungewollten Imperfektionen

DIN 1045-1, Glg. (33)

$$e_a = a_{a1} \cdot \frac{l_0}{2} \quad \text{mit} \quad a_{a1} = \frac{1}{100\sqrt{l}} \leq \frac{1}{200}$$

DIN 1045-1, Glg. (4)
mit $h_{ges} = l_{col}$

$$a_{a1} = \frac{1}{100\sqrt{4,20m}} = 4,9 \cdot 10^{-3}$$

$$e_a = 4,9 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{4,20m}{2} = 0,01m = 1,0 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, 8.6.5 (8)

Ausmitte aus dem Anteil der Theorie II. Ordnung

DIN 1045-1, Glg. (38)

$$e_2 = K_1 \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \cdot \frac{l_0^2}{10}$$

mit

$$K_1 = \frac{l}{10} - 2,5 \quad \text{für} \quad 25 \leq l \leq 35$$

$$K_1 = 1 \quad \text{für} \quad l > 35$$

DIN 1045-1, Glg. (39)

$$\left(\frac{1}{r}\right) = 2 \cdot K_2 \cdot \frac{e_{yd}}{0,9 \cdot d}$$

$$K_2 = \frac{N_{ud} - N_{Ed}}{N_{ud} - N_{bal}} \leq 1$$

$$K_2 = 1 \quad (\text{liegt auf der sicheren Seite})$$

DIN 1045-1, 8.6.5 (9)

Einfluss der Zunahme der Tragfähigkeit infolge der Normalkraftbeanspruchung

Die Krümmung am Stützenfuß beträgt

$$\left(\frac{1}{r}\right) = 2 \cdot 1 \cdot \frac{0,0022}{0,9 \cdot 0,20 \text{ m}} = 2,44 \cdot 10^{-2} \text{ 1/m}$$

DIN 1045-1, Glg. (39)

Daraus kann e_2 ermittelt werden zu:

$$e_2 = K_1 \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \cdot \frac{l_0^2}{10} = 1 \cdot 2,44 \cdot 10^{-2} \text{ 1/m} \cdot \frac{4,20^2 \text{ m}^2}{10} = 0,043 \text{ m} = 4,3 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, Glg. (38)

Die Gesamtausmitte nach Theorie II. Ordnung beträgt somit:

DIN 1045-1, 8.6.5 (5)

$$e_{\text{tot}} = e_1 + e_2 \quad \text{mit} \quad e_1 = e_0 + e_a = 1,6 \text{ cm} + 1,0 \text{ m} = 2,6 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, Glg. (35)

$$e_{\text{tot}} = e_1 + e_2 = 2,6 \text{ cm} + 4,3 = 6,9 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, Glg. (34)

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e_{\text{tot}} = 1,36 \text{ MN} \cdot 0,069 \text{ m} = 0,09 \text{ MNm}$$

Bemessung mit dem Interaktionsdiagramm für symmetrische Bewehrungsquerschnitte

Eingangswerte:

$$N_{Ed} = 1,36 \text{ MN}$$

$$M_{Ed} = 0,09 \text{ MNm}$$

$$h = 25 \text{ cm} \quad d_1 = 5 \text{ cm} \quad d_1/h = 5/25 = 0,20$$

Interaktionsdiagramm für symmetrisch bewehrte Rechteckquerschnitte z.B. in DAfStb-Heft 550 oder Schneider Bautabellen [6]

$$\nu_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{-1,36 \text{ MN}}{0,45 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 14,2 \text{ MN/m}^2} = -0,85$$

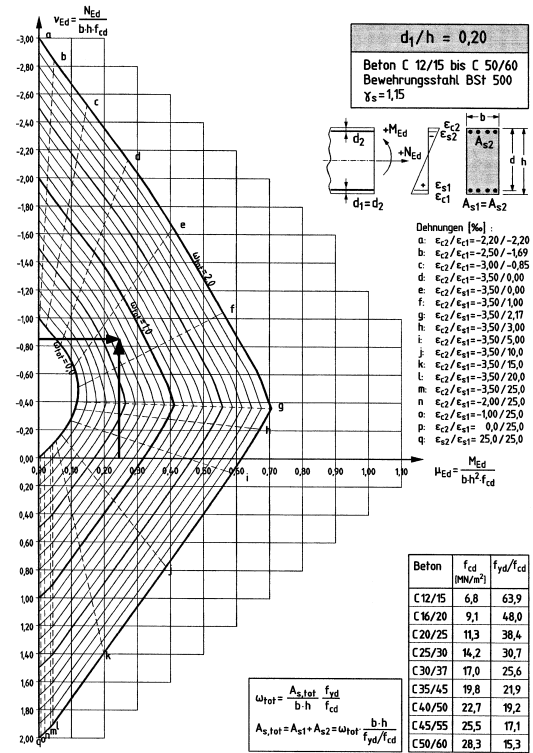
bezogene Normalkraft

$$\mu_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{0,09 \text{ MNm}}{0,45 \text{ m} \cdot 0,25^2 \text{ m}^2 \cdot 14,2 \text{ MN/m}^2} = 0,24$$

bezogenes Moment

Aus Diagramm für $d_1/d = 0,20$ und Beton bis C50/60 abgelesen:

$$\omega_{tot} = 0,7$$



Interaktionsdiagramm für den Rechteckquerschnitt mit Bewehrungsanordnung nach obiger Skizze (BSt 500 und $\gamma_s = 1,15$; Beton \leq C 50/60); $d_1/h = 0,20$

Gesamtbewehrungsgehalt des Querschnitts:

$$A_{s,tot} = A_{s1} + A_{s2} = 0,7 \cdot \frac{0,45 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}}{14,4 \text{ MN/m}^2 / 435 \text{ MN/m}^2} \cdot 10^4 = 25,7 \text{ cm}^2$$

Mit diesem ersten Bewehrungsgehalt wird ein weiterer Iterationsschritt zur genaueren Bestimmung des Beiwertes K_2 (Gleichung 17) für die Ausmitte nach Theorie II. Ordnung geführt.

$$K_2 = \frac{N_{ud} - N_{Ed}}{N_{ud} - N_{bal}} \leq 1$$

$$\begin{aligned} N_{ud} &= -(f_{cd} \cdot A_c + f_{yd} \cdot A_s) \\ &= -(14,4 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} + 435 \text{ MN/m}^2 \cdot 25,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2) \\ &= -2,72 \text{ MN} \end{aligned}$$

Die Stütze kann maximal 2,88 MN zentrische Druckkraft aufnehmen.

$$N_{Ed} = -1,36 \text{ MN (Vorgabe)}$$

$$\begin{aligned} N_{bal} &= -0,4 \cdot f_{cd} \cdot A_c = 0,4 \cdot 14,4 \text{ MN/m}^2 \cdot 0,25 \text{ m} \cdot 0,45 \text{ m} \\ &= -0,64 \text{ MN} \end{aligned}$$

Die Stütze kann 0,64 MN Druckkraft bei gleichzeitig maximaler Momentenbeanspruchung aufnehmen.

DIN 1045-1, 8.6.5 (9)

Einfluss der Zunahme der Tragfähigkeit infolge der Normalkraftbeanspruchung mit nun bekanntem Bewehrungsgehalt

DIN 1045-1, 8.6.5 (9)

DIN 1045-1, 8.6.5 (9)

$$K_2 = \frac{-2,72 \text{ MN} + 1,36 \text{ MN}}{-2,72 \text{ MN} + 0,64 \text{ MN}} = 0,65$$

DIN 1045-1, Glg.(40)

Der verbesserte Wert der Krümmung am Stützenfuß beträgt nun

$$\left(\frac{1}{r}\right) = 2 \cdot 0,65 \cdot \frac{0,0022}{0,9 \cdot 0,20 \text{ m}} = 1,60 \cdot 10^{-2} \text{ 1/m}$$

DIN 1045-1, Glg. (39)

Daraus kann e_2 erneut ermittelt werden zu:

$$e_2 = 1 \cdot 1,60 \cdot 10^{-2} \text{ 1/m} \cdot \frac{4,20^2 \text{ m}^2}{10} = 0,028 \text{ m} = 2,8 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, Glg. (38)

Die neue Gesamtausmitte nach Theorie II. Ordnung beträgt somit:

DIN 1045-1, 8.6.5 (5)

$$e_1 = 1 \text{ cm} + 2,8 \text{ m} = 3,8 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, Glg. (35)

$$e_{\text{tot}} = 1,6 \text{ cm} + 3,8 = 5,4 \text{ cm}$$

DIN 1045-1, Glg. (34)

$$M_{\text{Ed}} = N_{\text{Ed}} \cdot e_{\text{tot}} = 1,36 \text{ MN} \cdot 0,054 \text{ m} = 0,07 \text{ MNm}$$

$$v_{\text{Ed}} = -0,85$$

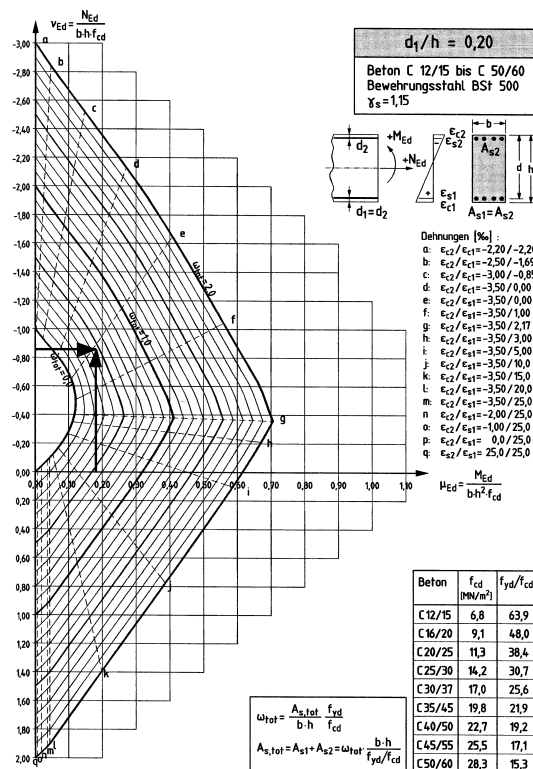
bezogene Normalkraft

$$\mu_{\text{Ed}} = \frac{M_{\text{Ed}}}{b \cdot h^2 \cdot f_{\text{cd}}} = \frac{0,07 \text{ MNm}}{0,45 \text{ m} \cdot 0,25^2 \text{ m}^2 \cdot 14,2 \text{ MN/m}^2} = 0,18$$

bezogenes Moment

aus Diagramm
abgelesen:

$$\omega_{\text{tot}} = 0,45$$



Interaktionsdiagramm für
symmetrisch bewehrte
Rechteckquerschnitte z.B.
in DAFStb-Heft 550 oder
Schneider Bautabellen [6]

Interaktionsdiagramm für den Rechteckquerschnitt mit Bewehrungsanordnung nach obiger Skizze
(BSt 500 und $\gamma_s = 1,15$; Beton \leq C 50/60); $d_1/h = 0,20$

Gesamtbewehrungsgehalt des Querschnitts:

$$A_{s,tot} = 0,45 \cdot \frac{0,45 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}}{14,4 \text{ MN/m}^2 / 435 \text{ MN/m}^2} \cdot 10^4 = 16,5 \text{ cm}^2$$

Eine weitere Iteration zur Verbesserung des Beiwerts K_2 führt nur noch zu geringfügigen Änderungen.

Wahl der Bügelbewehrung

gewählt je Seite: 3 Ø 20 vorh. $A_s = 2 \cdot 3 \cdot 3,14 \text{ cm}^2 = 18,8 \text{ cm}^2$

DIN 1045-1, 13.5.2 (1)

Kontrolle Mindestbewehrungsgehalt (vgl. Gl. 19):

DIN 1045-1, Glg. (155)

$$A_{s,min} = 0,15 |N_{Ed}| / f_{yd} = \frac{0,15 \cdot 1,36 \text{ MN}}{435 \text{ MN/m}^2} \cdot 10^4 = 4,68 \text{ cm}^2 \quad (\text{erfüllt})$$

DIN 1045-1, 13.5.2 (2)

Kontrolle maximaler Längsbewehrungsgehalt (vgl. Gl. 20):

$$\text{vorh. } \rho_{längs} = \frac{18,8 \text{ cm}^2}{25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm}} = 0,017 = 1,7 \% \leq 9,0 \% \quad (\text{erfüllt})$$

Wahl der Bügelbewehrung

DIN 1045-1, 13.5.3 (4)

maximale Bügelabstände $s_{Bü} \leq 12 \cdot \min d_{s,l}$
 $s_{Bü} \leq \min h_{Stütze}$ (kleinster Stützendurchmesser)
 $s_{Bü} \leq 300 \text{ mm}$

mit $s_{Bü} \leq 12 \cdot \min d_{s,l} \leq 12 \cdot 20 \text{ mm} = 240 \text{ mm}$ als maßgebendes Kriterium wird gewählt:

Bügel $d_s = 8 \text{ mm}$ alle 24 cm

DIN 1045-1, 13.5.3 (5)

Am Anschnitt an die untere Decke und den oberen Unterzug wird der Abstand der Bügelbewehrung reduziert zu:

$$\text{red. } s_{Bügel} = 0,6 \cdot 24 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

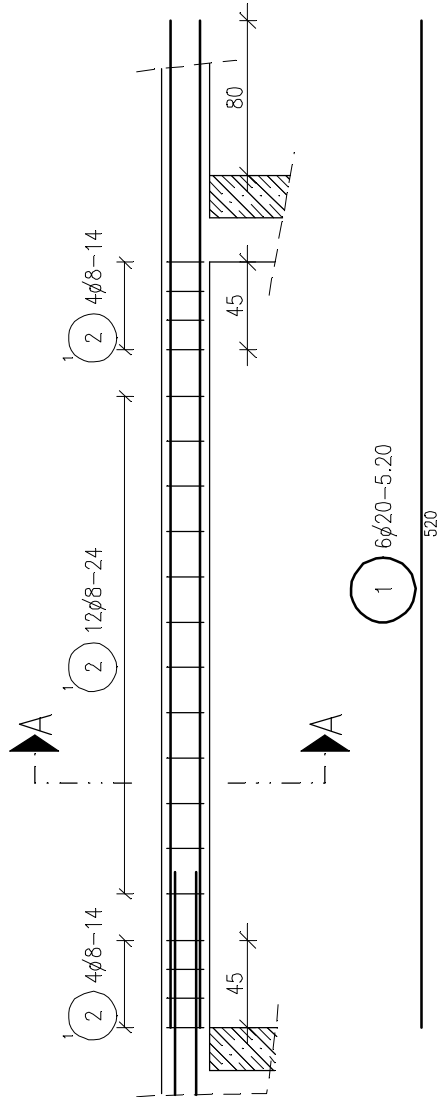
für eine Höhe von 45 cm (größte Abmessung der Stütze)

Die im Querschnittsinneren liegenden Stäbe gelten nur durch den Bügel als gehalten, wenn ihr Abstand $\leq 15 d_{s,Bügel}$ vom Eckbereich nicht überschreitet.

DIN 1045-1, 13.5.3 (7)

max. $a_{Eck} = 15 \cdot 20 \text{ mm} = 300 \text{ mm}$ Die Längsstäbe sind somit alle gehalten.

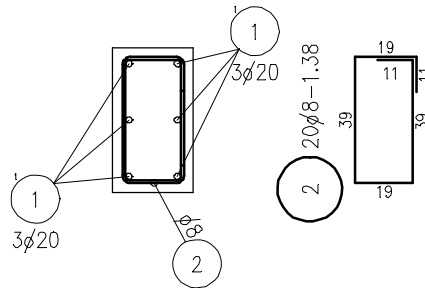
Bewehrungszeichnung:



STAHLLISTE BSt 500 S (IV S) PLAN: BW

POS	ANZAHL	DM (mm)	LAENGE (m)	GES. LAENGE (m)	GES. GEWICHT (kg)
1	6	20	5.20	31.20	77.064
2	20	8	1.38	27.60	10.902
DM (mm)	EINH. GEWICHT (kg/m)	GES. LAENGE (m)	GES. GEWICHT (kg)	FAKTOR	1
8	0.395	27.60	10.902		
20	2.470	31.20	77.064		
GESAMTGEWICHT (kg):				87.966	

Schnitt A-A



6.9 Literatur

- [1] DIN 1045-1, Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Ausgabe Juli 2001
- [2] G. König, N. Tue: Grundlagen des Stahlbetonbaus; Teubner Verlag, Leipzig 1998
- [3] Kordina, Quast: Bemessung von schlanken Bauteilen für den durch Tragwerksverformungen beeinflussten Grenzzustand der Tragfähigkeit – Stabilitätsnachweis; in Betonkalender 2001, Teil 1, S. 349 ff; Ernst&Sohn Verlag, Berlin 2001
- [4] DAfStb-Heft 425: Bemessungsmittel zu Eurocode 2, Teil 1; Deutscher Ausschuß für Stahlbeton; Berlin 1992
- [5] DAfStb-Heft 220: Bemessung von Beton – und Stahlbetonbauteilen nach DIN 1045, Ausgabe September 1978; Deutscher Ausschuß für Stahlbeton; Berlin 1979
- [6] Schneider: Bautabellen für Ingenieure, Werner Verlag 2001